

## 二層屋根型円筒ラチスシェルの座屈性状および 面材とのハイブリッド化による複合的效果に関する研究

建築構造学分野 佐竹 知希

### 1. はじめに

三角形と六角形網目から成る二層屋根型円筒ラチスシェルは大スパンを軽快に架け渡すことができ、かつデザイン的な面と合理的に融合することで、極めて魅力的な建築空間を作り出すと考えられる<sup>1)</sup>。その設計例の中で魅力的な建築空間を有する代表例としては、1971年のモントリオール万国博覧会のアメリカ館、2001年のイギリスのコーンウォールでのエデンプロジェクトが挙げられるものである。またこれらの網目模様を持つ幾何学的に美しい網目模様を視覚的效果に表現するとともに、ガラスのような透過性のある屋根材とラチスフレームを一体化することによって、構造的複合効果や屋内空間への付加的効果が実現できると考えられる。しかしこのような網目模様から成る二層立体ラチス構造の力学的特性の研究も数年前から始まったばかりで、また実施設計例も上に挙げられるくらいで数少ないのが現状である。

そこで本論では、三角形と六角形網目から成る二層屋根型円筒ラチスシェルに対して弾性座屈解析を行うことにより構造特性を把握することを目的とする。またこれらの網目を有する構造物を設計するためにはもっと簡潔にこのモデルの性質を把握する必要がある。そのためにここでは連続体的な視点から考察し、設計者にとって有効な資料を提供する。更に現在では非構造材と組み込まれていない屋根材とラチスフレームのハイブリッド構造の構造特性を把握し、屋根材がラチスフレームに及ぼす複合的效果を検証する。

### 2. 二層立体屋根型ラチスシェルの弾性座屈性状

#### 2.1. 解析モデル概要

対象とする網目模様は2つのパターンとし、Fig.1に示すように上面が“三角形+六角形”網目、下面が六角形網目からなるTH-H型。また上面と下面を入れ替えたのをH-TH型とする。もう一つはFig.1に示すように上面が三角形網目、

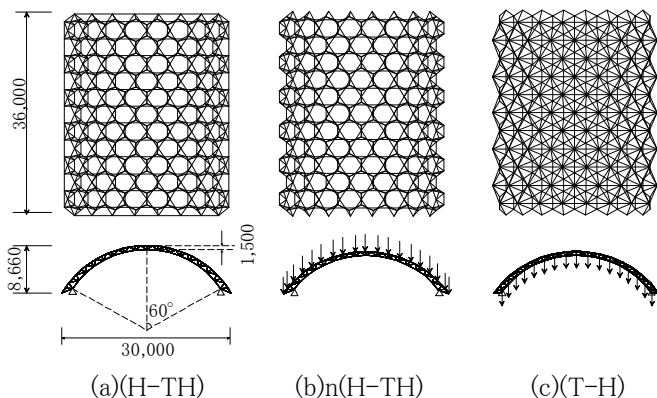


Fig.1 解析モデル形状

下面が六角形網目からなるT-H型。また上面と下面を入れ替えたのをH-T型とする。

#### 2.2. 部材特性、接合部特性

二層立体ラチス構造を構成する部材はTable1に示す部材特性を持つ円形鋼管を用いる。ただし応力解析の結果から上下弦材について、モデルによっては大きい圧縮軸力が生じている面に大きいほうの断面を持つ部材を配置している。

また、二層立体ラチス構造の接合部はねじ込み接合形式で組み立てられている。部材モデルは部材の両端に剛域と回転ばねを持つものとする。接合形式はFig.2のように内部的に不安定な六角形面を構成する部材同士は剛接合とし、内部的に安定な三角形面を構成する部材、内部的に不安定な高次の変形モードを持つ“三角形+六角形”面を構成する部材、上弦材と下弦材を接合している部材は剛域と回転ばねを持つ部材モデルとする。また接合部特性はTable2に示す。回転ばねは実ねじ込み接合を参考に設定している。

また作用荷重は、六角形網目に仕上げ材を取り付けることを想定し、六角形のみで構成されている面のすべての節点に作用する等分布載荷として取り扱う。境界条件は4辺ピン支持と2辺ピン支持の2種類とする。

Table1 部材特性

円形鋼管			
	断面寸法 (mm)	断面積 A(cm <sup>2</sup> )	断面2次モーメント I(cm <sup>4</sup> )
上弦材, 下弦材	φ 89.1×3.2	8.64	79.76
	φ 76.3×2.8	6.47	43.72
ウェブ材	φ 60.5×3.2	5.76	23.72
ヤング係数 E(kN/cm <sup>2</sup> )	20,580		
ポアソン比 μ	0.3		

Table2 接合部特性

接合部の直径 (cm)	15.0
接合回転ばね定数 Cj (kN・cm)	9.59×10 <sup>6</sup>

Table3 各種網目模様の細長比

	THH	HTH	TH	HT
TH	61.3	69.7		
	70.2	74.9		
H	78.4	67.1	83.3	71.3
	84.6	77.8	85.7	78.7
T			127.9	145.7
			140.1	149.6
web	58.1	58.2	102.7	
	101.3	99.3	149.7	

(上段：最小値、下段：最大値)

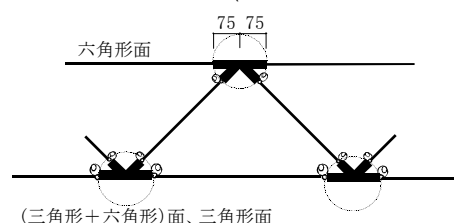


Fig.2 接合部形式

### 3. 解析結果

#### 3. 1. 弾性座屈荷重と弾性座屈モード

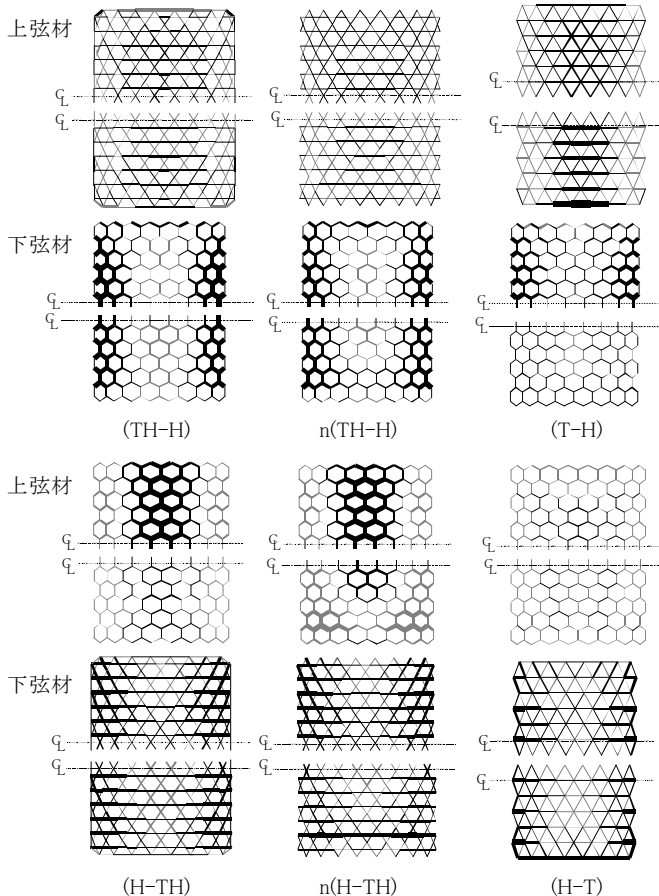
Table4に解析を行ったモデルの弾性座屈荷重を示す。今回の弾性座屈解析は、幾何非線形を考慮した荷重増分法とする。その際、座屈点は増分弾性剛性が特異点となる最小の荷重とする。

表中の太字は下弦材に大きい部材断面を持つ部材を使用している。Table4より弾性座屈荷重は境界条件によって次のような傾向がある。境界条件におらず (H-TH) > (T-H) > (TH-H) の順になる。また今回の数値例では (TH-H)型、(H-TH)型に縁材を設けるとによって、最大で162%増の座屈耐力の上昇が見込める。更に部材の上、下弦材の部材設定を応力解析の結果から適切に行うことで、上、下弦材に1種類の統一の断面を使用したモデルより弾性座屈荷重が大きくなった。また二層立体ラチス構造の応力状態は上層が圧縮軸力が支配的であることから、上層の部材断面を大きくするケースが多い。しかし今回は各モデルの応力状態を把握して、下層の部材断面を大きくした場合のほうが弾性座屈荷重が大きくなる場合もある。

また表中の記号は座屈モードを表しており、上弦材の個材

Table4 弾性座屈荷重と弾性座屈モード

	4p		2p	
(TH-H)c	7.27	l-2	4.69	l-2
n(TH-H)c	4.48	l-2	4.36	l-2
(H-TH)c	<b>14.97</b>	u	<b>5.02</b>	u
n(H-TH)c	<b>14.39</b>	u	4.00	l-1
(T-H)c	8.44	l-2	4.85	w
(H-T)c	<b>3.64</b>	l-2	2.17	l-2 ( $\times D^3 \text{ kN}$ )



上段:4p 下段:2p → 圧縮1.0 ← 引張1.0  
Fig.3 オイラー軸力比

の座屈モード (u)、下弦材の境界部以外での個材の座屈モード (l-1) 下弦材の境界部での個材の座屈モード (l-2) ウェブ材の個材の座屈モード (w) で分類する。

#### 3. 2. 弾性座屈性状とオイラー軸力比分布の関係

弾性座屈モードは (H-TH)型を除けば、下弦材の境界部の個材の座屈モードかウェブ材での個材の座屈モードが現れている。これはFig.3よりどちらの境界条件においても、上弦材中央部に比較的大きな圧縮軸力が集中し、また下弦材の境界部にも大きな圧縮軸力が集中していることが要因であると考えられる。これらのモデルで個材の座屈が起こっている時には、座屈を起こした部材でオイラー軸力比が最大になっている。

#### 3. 3. 剛性および荷重変形関係の比較

Fig.4より荷重変形関係において、初期剛性に関しては境界条件によって異なっている。また (TH-H)型、(H-TH)型に縁材を設けると、初期剛性は上がっている。また最大節点変位は4辺ピン支持では (TH-H)型が1番大きく変位している。また2辺ピン支持の場合、全体的に変位量は大きく、縁材の有無が変位量に大きく関係しており、弾性座屈荷重を大幅に低減させている。全体の変形の様子はFig.5に示すように (TH-H)型と (T-H)型は頂部は全体的に下向きに変位している一方、(H-TH)型と (H-T)型は境界付近の節点は下向きに変位しているが、頂部の節点は上向きに変位している。これは境界条件に関わらず、共通して起こっている現象であり、後の等価断面力と大きく関係している。

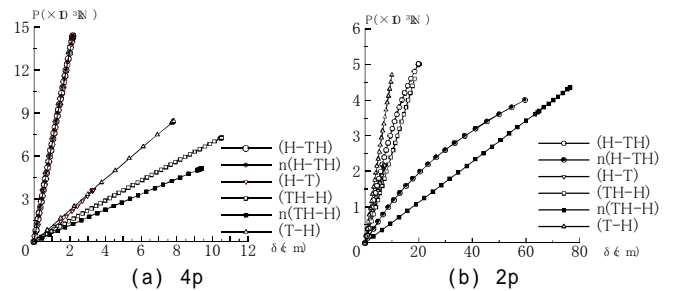


Fig.4 荷重変形関係

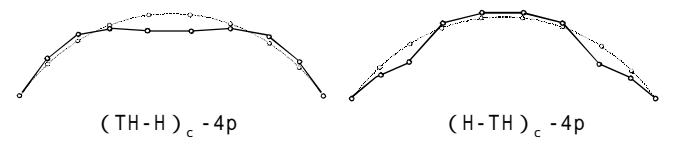


Fig.5 変形図

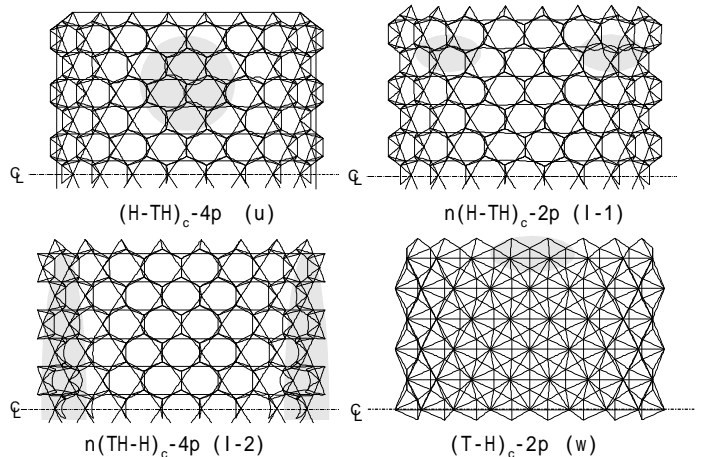


Fig.6 弾性座屈モード

#### 4. 連続体的視点からの考察

三角形と六角形網目からなる二層屋根型円筒ラチスシェルの離散的に取り扱ってきた。これまでの離散的取り扱いによって、座屈耐力、座屈モード、変形の様子などが明らかになった。しかし設計段階で用いるためにはもっと簡潔にこのモデルの性質を把握する必要がある。そのためにここでは連続体的な視点から考察することにする。そこでこの二層立体ラチス構造の網目模様には有効剛性と有効強度の概念<sup>2)</sup>を用い、板としての等価断面力を求める。更に連続体としての梁、アーチから得られる頂部節点変位とで比較し、巨視的な性状を把握していくことにする。

##### 4.1. 等価断面力

巨視的に曲面版としての特性を評価するために、中央ユニットの座屈時における X 方向の等価断面力を Fig. 7 に示す。等価断面力は先の座屈解析の結果から上弦材、下弦材の個材の軸力から算定する。ここではウェブ材の影響は小さいために無視する。

等価曲げモーメントは六角形面が上面か下面のどちらにあるかによって、曲げモーメント全体の正負が逆になる。これはどのモデルにおいても、Fig.5に示す座屈時の変形状態と一致していることから、等価断面力が分かれば構造物の変形状態を想定することができることを示している。また、等価軸力ではモデル、境界条件にかかわらず様に正の値が分布している。図中の黒の破線は両端ピン支持のアーチを想定し、座屈時の荷重が作用した際の軸力図と曲げモーメント図を示している。等価軸力は符号も一致し、中央部の値もかなりの精度で想定することができる。等価曲げモーメントは (TH-H)型、(T-H)型では黒の破線と全体の形が類似し、中央部の曲げモーメントの値はかなりの精度で一致している。

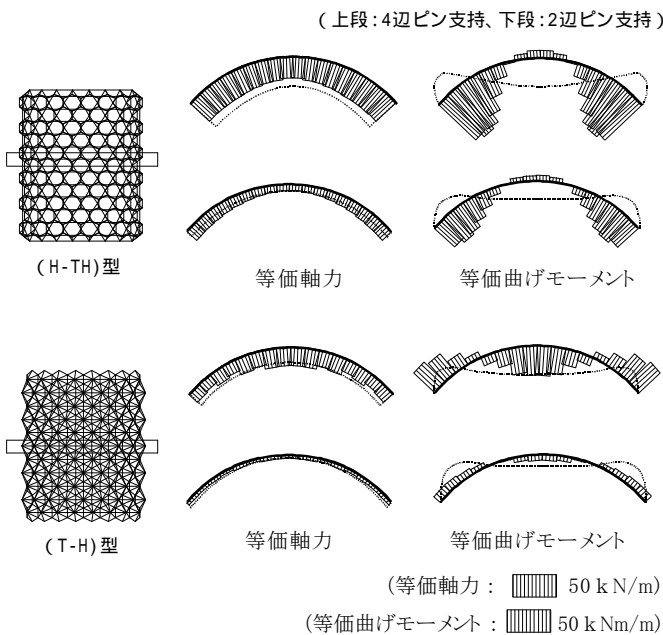


Fig.7 シリンダー形状の等価断面力

##### 4.2. 等価断面力より頂部節点の変位量の算定

各モデルの中央部における節点の変位量を、離散的に取り扱った場合と、単位幅あたりの梁、アーチ要素という連続体として取り扱った場合とを比較する。この算定には単位仮

想荷重法を用いる。その結果を Table 5 に示す。Table 5 より等価断面力から算定する変位量のほうが大きく出る傾向にある。しかし全体的に8割から9割以上と精度良く算定していることから、等価断面力を用いての変位の算定は有効であるといえる。しかし (TH-H) 型、(H-TH)型での、縁材を設けないモデルでは大きく異なり、これは特に2辺ピン支持で顕著に見られる。

$$v = \int \left\{ \frac{N\bar{N}}{D} + \frac{M\bar{M}}{K} \right\} ds \quad (1)$$

$$D = \frac{3\sqrt{3}A_1E}{4l} + \frac{A_2E}{2l} \quad (2)$$

$$K = a_1^2 \cdot \frac{3\sqrt{3}A_1E}{4l} + (h-a_1)^2 \cdot \frac{A_2E}{2l} \quad (3)$$

上式でM、Nは等価断面力の値、 $\bar{M}$ 、 $\bar{N}$ は単位荷重を作用させた時の等価断面力の値である。またDは有効伸び剛性、Kは有効曲げ剛性を表し、D、Kは(2)、(3)式<sup>2)</sup>を用いて算出する。vは頂部節点の変位、 $a_1$ は上面から中立軸までの距離、lはユニット長さ、hは層間隔、 $A_1$ と $A_2$ はそれぞれ上弦材、下弦材の断面積、Eはヤング係数とする。

Table5 等価断面力からの頂部節点変位

	4p	2p
(TH-H) <sub>c</sub>	0.809	0.986
(H-TH) <sub>c</sub>	0.792	0.912
(T-H) <sub>c</sub>	0.824	0.937
(H-T) <sub>c</sub>	0.677	0.789

(離散的取り扱い / 連続体的取り扱い)

#### 5. 薄板とのハイブリッド構造の提案

三角形と六角形網目から成る二層屋根型円筒ラチスシェルと薄板からなるハイブリッド構造を提案する。薄板を取り付けることで、これらの網目が有する高次の不安定な座屈モードを拘束することにより座屈耐力の上昇が見込まれる。

そこで仕上げ材にポリカーボネイトを六角形面に取り付けることによって得られるハイブリッド構造を対象に弾性座屈解析を行う。ポリカーボネイトシートの機械的性質はTable6に示す。また荷重条件と境界条件は2.2に記したのと同様である。ここで対象としたモデルは弾性座屈解析の結果から各境界条件において弾性座屈荷重が大きい上位2モデルを対象とする。

Table6 ポリカーボネイトシートの機械的性質

ポリカーボネイトプラスチックシート	
板厚	1.5 cm
圧縮強さ	8.751 kN/cm <sup>2</sup>
引張強さ	6.517 kN/cm <sup>2</sup>
ヤング係数	236.7 kN/cm <sup>2</sup>
ポアソン比	0.38

#### 6. 解析結果

##### 6.1. 弾性座屈荷重と弾性座屈モード

Table7にハイブリッド構造の弾性座屈荷重と弾性座屈モードを示す。表中の記号が弾性座屈モードを示し、表記はTable4と同様である。またカッコ内の値は薄板を取り付けることによって得られた弾性座屈荷重の上昇率を示す。

二層屋根型円筒ラチスシェルの薄板を取り付けることによ

て座屈荷重に上昇の傾向がみられたのは、フレームのみのモデルで上弦材か下弦材で座屈モードが現れているモデルにプレートを取り付けたモデルであった。逆に座屈荷重に減少の傾向が見られたのは、フレームのみのモデルでウェブ材に座屈モードが見られたモデルであった

	4p		PP	
(H-TH) <sub>c</sub>	15.56 (104.7%)	l-2	11.23 (124.6%)	l-2
(T-H) <sub>c</sub>	8.86 (105.3%)	w	4.37 (90.8%)	w

(× D<sup>3</sup> kN)

## 7. 座屈後挙動

### 7. 1. 部材モデル

部材特性のモデル化にあたって、部材の圧縮挙動として座屈強度と座屈後挙動が必要となる。座屈強度は有効強度から、座屈後挙動は部材の変形モードの仮定から求める<sup>3)</sup>。

部材の座屈強度は、各部材軸力から各部材位置での平板としての等価断面力が有効強度面に達した時の部材軸力を、その部材の座屈強度とする。

また部材の変形モードは降伏ヒンジモデルによって、座屈後挙動を算定する。

さらに引張挙動に関しては、軸力と軸ひずみの関係は完全弾塑性とする。

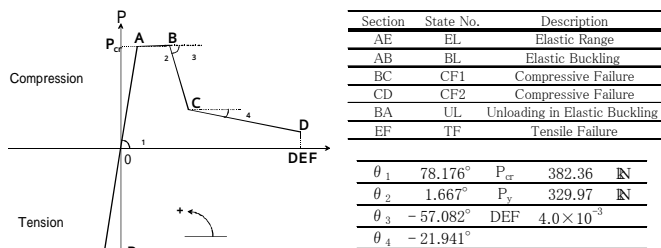


Fig.10 部材のモデル化の一例

### 7. 2. 解析結果

荷重変形関係をFig. 11に示す。グラフ中で▼は最初に部材が降伏した際の降伏荷重を、▽は各モデルの最大耐力を示している。最大荷重到達までの経路で、(H-TH)型は最初の部材降伏後も剛性をほぼ維持したまま、耐力が上がり最大荷重に到達する。また (TH-H)型は最大荷重到達後に急激な低下が見られる。縁材は (H-TH)型では最大荷重到達後の荷重の低下率に大きく影響を及ぼしている。更に座屈後挙動では、弾性座屈モードが現れた部材から徐々に降伏域が広がっていき、最終的に弾性座屈解析で最大オイラー軸力比が生じている部材が圧縮崩壊し、それ以外の部材は弾性域に戻る傾向は2つの網目に共通して言えることであった。

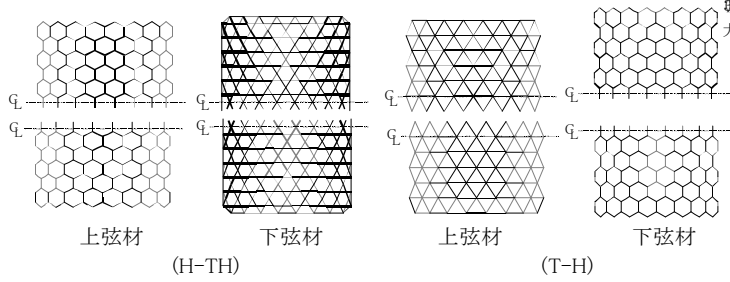


Fig.8 オイラー軸力比  
上段:4p 下段:2p —: 圧縮1.0 —: 引張1.0

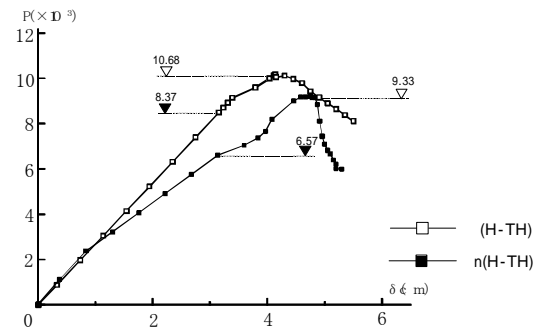


Fig.11 (H-TH)型の荷重-変形関係

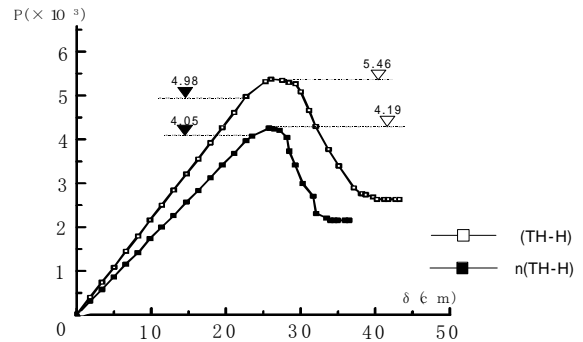


Fig.12 (TH-H)型の荷重-変形関係

## 8. まとめ

三角形と六角形網目からなる二層屋根型円筒ラチスシェルの弾性座屈特性を検討した。またこれらの網模様目をの巨視的性状を把握するために連続体的視点からの考察を行った。更に薄板を取り付けたハイブリッド構造を提案し、弾性座屈特性を検討した。その結果以下の結論を得ることができた。

- (1)弾性座屈耐力に関しては、境界条件にかかわらず (H-TH) > (T-H) > (TH-H) > (H-T) の傾向がある。
- (2)各モデルの弾性座屈荷重の傾向から本設定の下で使用している部材の総重量の変動範囲内において、モデルの弾性座屈荷重は網目の形状と境界条件への依存性が大きい。
- (3)等価曲げモーメントは、六角形網目が上面か下面かによって正負が逆になりこれは頂部節点の変位が下がる場合と逆に上がる場合がある。等価軸力は両端ピン支持のアーチから、符号も一致することができ、中央部の値もかなりの精度で予測できる。また頂部変位は等価剛性と等価断面力から、単位幅あたりの梁、アーチ要素という連続体でかなりの精度で変位を予測できる場合がある。
- (4)薄板を取り付けたハイブリッド構造の効果をも十分に得るためには、ラチスフレームの弾性座屈解析から得られる座屈モードの結果から薄板の配置方法を決定しなければならない。

### 参考文献

- 1 Makowski.Z.S.(1981), Analysis, "Design and Construction of Double-Layer Grids", Applied Science Publishers, England
- 2 日置 興一郎 :「構造力学Ⅱ」 朝倉書店、1997年
- 3 谷口 与史也:「正方形網目と菱形網目から成る二層立体トラス 平板の耐力に関する研究」、大阪市立大学学位論文、1992年2月、pp48-50

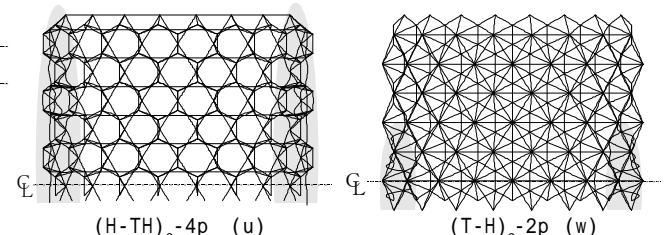


Fig.9 弾性座屈モード